



Differentialrechnung

Grenzwerte bestimmen

Meike Akveld

Rechenregeln für Grenzwerte (Grenzwertsätze)

Wenn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = F$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = G$, dann gelten folgende Regeln:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = F + G$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = F - G$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = F \cdot G$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{F}{G}$ (falls $G \neq 0$)

Beispiel: Polynomfunktion

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 5x - 1)$$

Unbestimmte Ausdrücke

Bei der Berechnung von Grenzwerten können sich unbestimmte Ausdrücke ergeben:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad \infty^0 \quad \text{oder} \quad 1^\infty.$$

In gewissen Fällen lassen sich die Grenzwerte durch Umformungen und mit Hilfe der Grenzwertsätze trotzdem berechnen.

Beispiel: Unbestimmter Ausdruck der Form $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x - 1}{4x^2 + 3}$$

Beispiel: Unbestimmter Ausdruck der Form $\infty - \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x)$$