ETH zürich

Exponentialfunktion

Die Euler'sche Zahl e

Carina Heiss

Ein Gedankenexperiment

CHF 1.- mit Jahreszinssatz 100%

n Zinstermine mit $\frac{100}{n}\%$

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \approx 2,71828$$

Euler'sche Zahl e

$\boldsymbol{n}$	$\left(\boldsymbol{1+\frac{1}{n}}\right)^{\boldsymbol{n}} \approx$
1	2
2	2.25
3	2.37037
4	2.44141
5	2.48832
10	2.59374
100	2.70481
1000	2.71692
10 000	2.71815

Definition

Die Zahl $e \approx 2,7182818284$ ist $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ und wird *Euler'sche Zahl* genannt.

Bemerkung:

e ist eine irrationale Zahl.

Definition

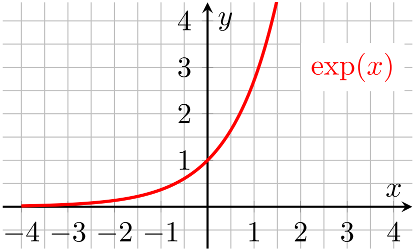
Die Zahl $e \approx 2,7182818284$ ist $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ und wird *Euler'sche Zahl* genannt.

Mit $\exp(x)$ wird jene Exponentialfunktion bezeichnet, deren Basis die Euler'sche Zahl e ist:

$$\exp(x) = e^x$$

Eigenschaften von $\exp(x)$

- $\exp(x)$ besitzt keine Nullstelle.
- $\exp(x) > 0 \ \forall x$
- Graph schneidet y-Achse im Punkt $(0|1)$
- streng monoton wachsend
- injektiv
- x-Achse ist Asymptote
- Funktionswert stimmt mit Steigung überein



Exponentialfunktion zur Beschreibung von Wachstumsprozessen

$$f(x) = c \cdot a^x$$

$$e^r = a$$

$$f(x) = c \cdot a^x \qquad f(x) = c \cdot e^{r \cdot x}$$

Vorteil der Euler'schen Zahl als Basis

$$f(x) = c \cdot e^{r \cdot x}$$

- Wachstumsrate 50%: $f(x) = c \cdot e^{0.5 \cdot x}$
- Zerfallsrate 20%: $f(x) = c \cdot e^{-0.2 \cdot x}$