Logarithmus

Der Logarithmus

Carina Heiss

Definition

Sei $a \in \mathbb{R}^+$ beliebig und $B > 0$ eine beliebige Basis $\neq 1$.
Der *Logarithmus von a zur Basis B* ist diejenige reelle Zahl x, für die gilt: $a = B^x$.
Man schreibt $x = \log_B(a)$.

Basis 10: $\log_{10}(a) = \log(a) = \lg(a)$ „Zehnerlogarithmus“, „dekadischer Logarithmus“
Basis e: $\log_e(a) = \ln(a)$ „natürlicher Logarithmus“
Basis 2: $\log_2(a) = \mathrm{lb}(a)$ „binärer Logarithmus“

Für jede beliebige Basis $B \neq 0$ gilt $B^0 = 1$, daher ist $\log_B(1) = 0$.

Veranschaulichung durch Beispiele

$10^{?} = 100$
$10^{2} = 100$

$\log_{10}(100) =$
$\log(100) = 2$

$2^{?} = 0.5$
$2^{-1} = 0.5$

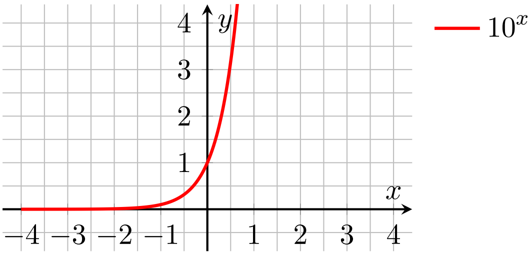
$\log_{2}(0.5) =$
$\mathrm{lb}(0.5) = -1$

$e^{?} = 13.46$
$e^{2.6} \approx 13.46$

$\log_{e}(13.46) =$
$\ln(13.46) \approx 2.6$

Logarithmen von negativen Zahlen?

$$\log_{10}(-5) = \log(-5) = ?$$
$$10^x = -5$$



Merke: Für $B > 1$ existiert $\log_B(a)$ nur für positive reelle Zahlen a.

Triviale Identitäten

Merke: Allgemein gilt für eine beliebige positive reelle Zahl a:

$$\begin{aligned} 10^{\log(a)} &= a \\ e^{\ln(a)} &= a \\ B^{\log_B(a)} &= a \end{aligned}$$

$\ln(100) = ?$

$e^{\ln(100)} = 100$

Triviale Identitäten

Merke: Allgemein gilt für eine beliebige positive reelle Zahl a:

$$\begin{aligned} \log(10^x) &= x \\ \ln(e^x) &= x \\ \log_B(B^x) &= x \end{aligned}$$

$\ln(e^{20}) = ?$

$\ln(e^{20}) = 20$