



Vektorgeometrie

Was ist ein Vektor?

Meike Akveld

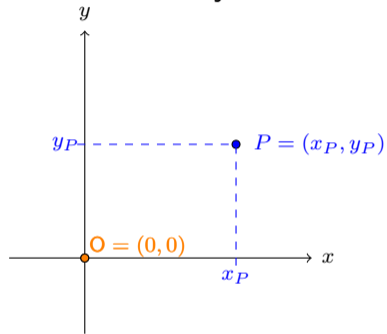
Skalare und vektorielle Größen

Eine **skalare Größe** hat einen Zahlwert. Ein Beispiel ist die Temperatur.

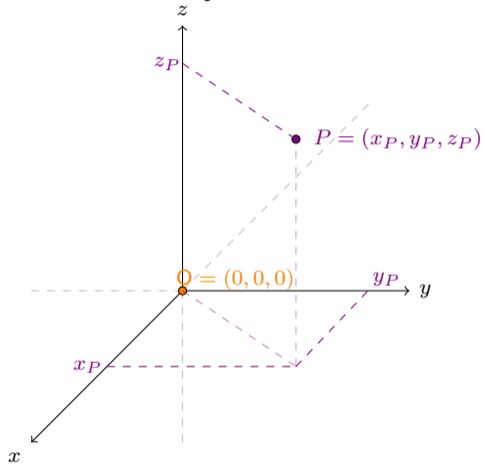
Eine **vektorielle Größe** hat einen Zahlwert **und** eine Richtung. Beispiele sind die Geschwindigkeit oder eine Kraft.



Koordinatensysteme



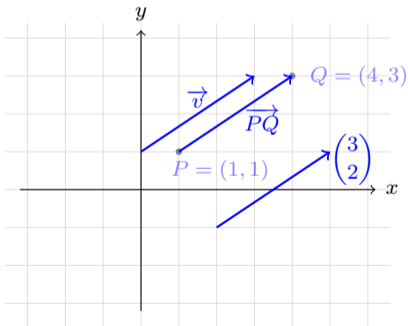
Koordinatensysteme



Definition eines Vektors

Ein *Vektor* in \mathbb{R}^2 oder \mathbb{R}^3 ist die Gesamtheit aller Pfeile derselben Länge und Richtung.

Beispiel:



Definition eines Vektors

Ein *Vektor* in \mathbb{R}^2 oder \mathbb{R}^3 ist die Gesamtheit aller Pfeile derselben Länge und Richtung.

Ein *dreidimensionaler Vektor* ist ein geordnetes Zahlentripel, welches wir als Spalte in der Form $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ schreiben (analog für zweidimensional). Die Einträge x, y, z nennt man Komponenten des Vektors.

Spezielle Vektoren

Sei $P = (x, y, z)$ ein Punkt in \mathbb{R}^3 (analog für \mathbb{R}^2), so definiert man den *Ortsvektor* von P als

$$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Als *Nullvektor* bezeichnen wir den Ortsvektor des Ursprungs d.h. den Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

in der Anschauungsebene oder den Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ im Anschauungsraum.

Addition und Subtraktion von Vektoren

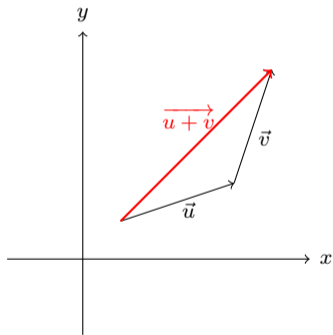
Wir definieren die Summe \vec{s} und die Differenz \vec{d} zweier Vektoren \vec{u} und \vec{v} durch

$$\vec{s} = \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \\ u_3 + v_3 \end{pmatrix}$$

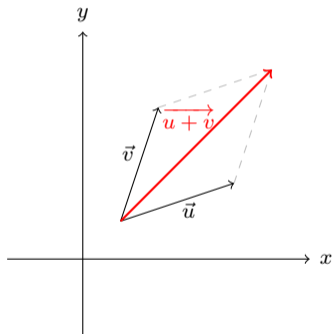
$$\vec{d} = \vec{u} - \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} u_1 - v_1 \\ u_2 - v_2 \\ u_3 - v_3 \end{pmatrix}$$

und analog für zweidimensionale Vektoren.

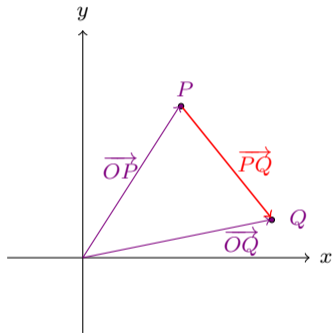
Addition und Subtraktion von Vektoren



Addition und Subtraktion von Vektoren



Addition und Subtraktion von Vektoren



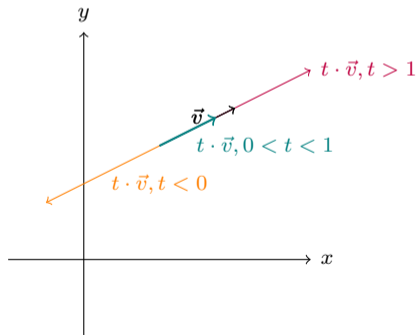
$$\vec{OP} + \vec{PQ} = \vec{OQ}$$

$$\Leftrightarrow \vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$$

Skalare Multiplikation

Wir definieren die skalare Multiplikation eines Vektors \vec{v} in \mathbb{R}^3 mit einer reellen Zahl t durch

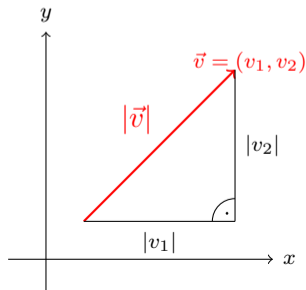
$$t \cdot \vec{v} = t \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t \cdot v_1 \\ t \cdot v_2 \\ t \cdot v_3 \end{pmatrix}$$



Länge eines Vektors

Wir definieren die Länge eines zweidimensionalen Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ durch

$$|\vec{v}| := \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$



Länge eines Vektors

Wir definieren die Länge eines zweidimensionalen Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ durch

$$|\vec{v}| := \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

Analog definiert man die Länge für dreidimensionale Vektoren durch

$$|\vec{v}| := \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$