ETH zürich

Differentialrechnung

Summen- und Faktorregel

Simon Knellwolf

Die Ableitung von $f(x) + g(x)$

Differentialquotient an der Stelle x_0:

$$
\begin{aligned}
\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) + g(x) - f(x_0) - g(x_0)}{x - x_0} &= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0) + g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \\
&= \lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) \\
&= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} + \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \\
&= f'(x_0) + g'(x_0)
\end{aligned}
$$

Die Ableitung von $f(x) + g(x)$

Summenregel

Seien f und g zwei differenzierbare Funktionen mit den Ableitungen $f'(x)$ und $g'(x)$. Dann besitzt die Summe $f(x) + g(x)$ die Ableitung $f'(x) + g'(x)$.

Die Ableitung von $af(x)$

Differentialquotient an der Stelle x_0:

$$\lim_{x \to x_0} \frac{af(x) - af(x_0)}{x - x_0} = a \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = af'(x_0)$$

Faktorregel

Sei f eine differenzierbare Funktion mit Ableitung $f'(x)$ und $a \in \mathbb{R}$. Dann besitzt die Funktion $af(x)$ die Ableitung $af'(x)$.

Beispiel

$$f(x) = \frac{1}{10}x^5 + \frac{4}{9}x^3 - 6x + 10$$