



# Folgen, Grenzwerte und Reihen

Folgen

Carina Heiss

## Was ist eine Folge?

$(a_n)_n$  mit  $n = 1, 2, 3, \dots$

$(a_n)_n = a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

$a_n$  ... das  $n$ -te Glied

**Definition:** Eine (reelle) **Folge**  $a$  ist eine Funktion  $a : n \mapsto a_n$ . Jedem Index  $n = 1, 2, 3, \dots$  wird eine reelle Zahl  $a_n := a(n) \in \mathbb{R}$  zugeordnet.

## Beispiele für Folgen

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$a_n$	1	2	4	8	16	32	64

$$a_n = 2^{n-1}$$

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$b_n$	9	13	17	21	25	29	33

$$b_n = 9 + (n - 1) \cdot 4 = 4n + 5$$

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$c_n$	1	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{6}{7}$	1

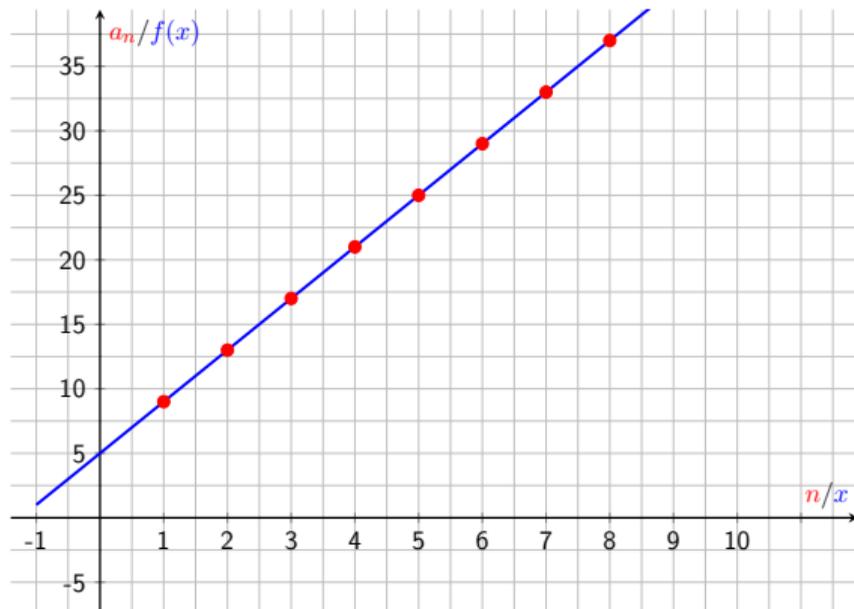
$$c_n = \begin{cases} 1, & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{n}{n+1}, & \text{falls } n \text{ gerade} \end{cases}$$

# Folgen und Funktionen

Folge:  $a_n = 4n + 5$

Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x + 5$

$a_n = f(n)$



# Explizite und Rekursive Darstellung

## Explizite Darstellung

$a_n = \langle\langle \text{Formel in } n \rangle\rangle$

$$a_n = 9 + (n - 1) \cdot 4 \quad 9, 13, 17, 21, 25, 29, \dots$$

## Rekursive Darstellung

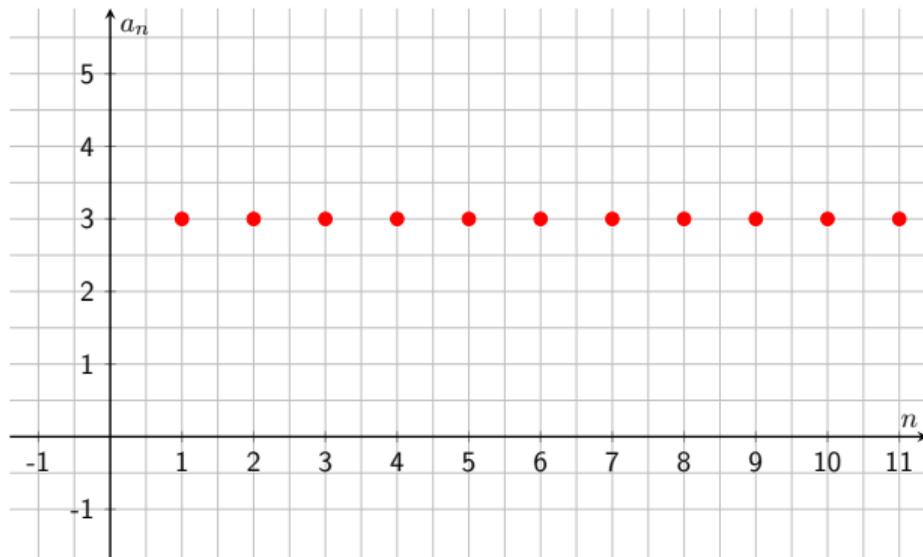
$a_1 = \dots$  und  $a_{n+1} = \langle\langle \text{Formel in } a_n \rangle\rangle$

$$a_1 = 9 \quad \text{und} \quad a_{n+1} = a_n + 4$$

# Die konstante Folge

Eine Folge heißt **konstant**, wenn alle Folgenglieder gleich sind.

$$a_n = 3, 3, 3, 3, 3, \dots$$



## Arithmetische Folge

Gilt für eine Folge  $(a_n)_n$ , dass  $a_{n+1} = a_n + d$  ist, so heisst die Folge **arithmetisch** und  $d$  heisst Differenz.

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

## Geometrische Folge

Gilt für eine Folge  $(a_n)_n$ , dass  $a_{n+1} = a_n \cdot q$  ist, so heisst die Folge **geometrisch**, und  $q$  heisst **Quotient**.

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Beispiel:

$$a_n = 5, 15, 45, 135, 405, \dots$$

$$a_1 = 5 \text{ und } q = 3, \text{ z.B. } \frac{a_5}{a_4} = \frac{405}{135} = 3$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 5 \cdot 3^{n-1}$$