



Integralrechnung

Elementare Integrationsregeln

Simon Knellwolf

Terminologie und Notation

Das *unbestimmte Integral* einer Funktion f ist die Menge all ihrer Stammfunktionen.

Man schreibt dafür $\int f(x)dx$.

Ist F eine Stammfunktion, dann sind alle anderen Stammfunktionen definiert durch $F(x) + c$ für $c \in \mathbb{R}$.

Man schreibt deshalb etwas abgekürzt

$$\int f(x)dx = F(x) + c.$$

Summen und Differenzen

Ableitungsregel:

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Integrationsregel:

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Konstante Faktoren

Ableitungsregel:

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$$

Integrationsregel:

$$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

Potenzen

Ableitungsregel:

$$(x^q)' = q \cdot x^{q-1} \quad (q \in \mathbb{Q})$$

Integrationsregel:

$$\int x^q dx = \frac{1}{q+1} \cdot x^{q+1} + c \quad (q \in \mathbb{Q}, q \neq -1)$$

Potenzen (der Fall $q = -1$)

Ableitungsregel:

$$\ln'(x) = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

Integrationsregel:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + c \quad (x > 0)$$

Sinus und Kosinus

Ableitungsregel:

$$\sin'(x) = \cos(x)$$

$$\cos'(x) = -\sin(x)$$

Integrationsregel:

$$\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$$

$$\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$$

Natürliche Exponentialfunktion

Ableitungsregel:

$$(e^x)' = e^x$$

Integrationsregel:

$$\int e^x dx = e^x + c$$

Exponentialfunktion

Ableitungsregel:

$$(a^x)' = \ln(a) \cdot a^x \quad (a > 0)$$

Integrationsregel:

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln(a)} \cdot a^x + c \quad (a > 0)$$